

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Информационных технологий
и математических методов в экономике



И.Н. Щепина
13.05.2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.09 Математика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 38.05.02 Таможенное дело
- 2. Профиль подготовки:** Таможенный менеджмент и таможенный контроль
- 3. Квалификация выпускника:** специалист таможенного дела
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Информационных технологий и математических методов в экономике
- 6. Составители программы:** к. ф.- м. н., доц. Щекунских С.С., к.э.н. Мокшина С.И., к.э.н. Шишкина Л.А.
- 7. Рекомендована:** НМС экономического факультета протокол №8 от 17.04.25 г.
- 8. Учебный год:** 2025–2026 **Семестр:** 1, 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является:

- формирование у обучающихся необходимых знаний и умений по применению математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности;
- формирование знаний, умений и навыков по осуществлению сбора, обработки, анализу и представлению информации необходимых для решения задач профессиональной деятельности и выбору современного инструментария для их решения.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение основными понятиями математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики используемых для решения задач профессиональной деятельности;
- формирование умений и навыков решения типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;
- овладение умениями и навыками сбора, обработки статистических результатов наблюдений, проверки правдоподобия статистических гипотез и представление информации при решении задач профессиональной деятельности;
- развитие умений и навыков применения математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть. Требования к входным знаниям, умениям и навыкам: программа курса строится на предпосылке, что студенты владеют базовыми знаниями по математике.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК -2	Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения профессиональных задач, информирования органов власти и общества на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.	ОПК - 2.3	Проводит анализ и обработку данных, в том числе статистических, для осуществления профессиональной деятельности с помощью программных средств.	Знать: - основные понятия и инструменты математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики; - методы сбора, анализа и обработки данных для решения задач профессиональной деятельности Уметь: - решать типовые математические задачи, используемые для решения задач профессиональной деятельности; - использовать математический язык и математическую символику при построении профессиональных моделей; - решать типовые задачи, проводить их анализ, получать количественные соотношения; Владеть: - основными математическими понятиями в виде математических моделей используемых для решения задач профессиональной деятельности; - приемами классификации, систематизации и анализа количественных характеристик изучаемого объекта.
ОПК -6	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий	ОПК - 6.1	Осуществляет поиск, сбор, хранение, обработку, представление информации при решении задач	Знать: -понятийный аппарат математики, позволяющий интерпретировать информацию;

	и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.		профессиональной деятельности	- теоретико-вероятностные и статистические методы и критерии проверки достоверности и непротиворечивости полученных результатов. Уметь: - обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные; - использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач профессиональной деятельности; - содержательно интерпретировать полученные количественные результаты; - проверять достоверность и непротиворечивость полученных результатов и представлять информацию; Владеть: - математическими, статистическими и количественными методами решения профессиональных задач; - методами построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов, используемых в профессиональной деятельности.
--	--	--	-------------------------------	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 8 / 288

Форма промежуточной аттестации — зачет, экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1 семестр	2 семестр	
Аудиторные занятия		140	68	72	
в том числе:	лекции	70	34	36	
	практические	70	34	36	
	лабораторные	-	-	-	-
Самостоятельная работа		112	76	36	
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-	-	-
Форма промежуточной аттестации – экзамен 36 ч		36	-	36	
Итого:		288	144	144	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
	Линейная алгебра. Математический анализ (1 семестр)		
	1. Лекции		
1.1	Введение. Элементы теории множеств	Предмет математика. Необходимость и особенности применения математики в менеджменте. Понятие множества. Операции над множествами. Ограниченные и неограниченные множества.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное

		Иллюстрация операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Примеры использования теории множеств для решения прикладных задач.	дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.2	Основные понятия линейной алгебры. Векторы и матрицы	Понятие матрицы. Примеры матриц в экономике. Понятие вектора – столбца и вектора - строки. Экономические примеры векторов. Операции над векторами. Операции над матрицами. Симметрические и ортогональные матрицы. Определитель матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Понятие минора. Алгебраическое дополнение. Нахождение обратной матрицы в виде произведения матриц. Ранг матриц. Примеры решения задач с использованием матриц.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.3	Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера. Система m уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Линейные балансовые системы в экономике (на примере модели Леонтьева). Квадратичные формы.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.4	Линейные и евклидовы пространства	Определение линейного пространства R^n , примеры. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Длины векторов и угол между векторами в R^n . Нормированные пространства. Понятие ортонормированного базиса евклидова пространства. Квадратичные формы, их матрицы в данном базисе. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Элементы аналитической геометрии.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.5	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Монотонные последовательности. Число e . Теорема о вложенных отрезках. Вычисление предела последовательности.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.6	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Понятия сложной и обратной функций. Неявная функция. Классификация функций. Применение функций в экономике (производственная функция, функция полезности, функция спроса и предложения). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Определения предела функции в точке и на бесконечности, определение односторонних пределов. Основные свойства пределов функции. Первый и второй замечательные пределы. Примеры экономических приложений.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

		Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.	
1.7	Непрерывность функции	Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Непрерывность сложной и обратной функции.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.8	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной. Геометрический и экономический смысл производной. Односторонние производные. Использование понятия производной в экономической теории. Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность функции. Понятия дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Дифференцирование сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Дифференцирование обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.9	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Геометрическая и экономическая интерпретация теорем. Признаки монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Примеры решения экономических задач на определение экстремума. Понятие выпуклости функции. Достаточные условия выпуклости. Понятие точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Асимптоты графика функций. Теорема Лопиталя. Общая схема исследования функции. Исследование функций в экономике. Определение интервалов монотонности, экстремумов, точек перегиба и асимптот графика функции. Построение графиков функций.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.10	Неопределенный интеграл	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций. Понятие о неберущихся интегралах.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2. Практические занятия			
2.1	Элементы теории множеств	Понятие множества. Решение задач иллюстрирующих операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Использование теории множеств для решения прикладных задач.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

2.2	Векторы и матрицы.	Решение задач с использованием операций над матрицами: сложение матриц, умножение матриц. Вычисление определителей матриц различных порядков. Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матриц.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.3	Системы линейных уравнений.	Решение систем n линейных уравнений с n переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера. Решение систем m уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Решение систем линейных однородных уравнений. Нахождение фундаментальной системы решений. Связь между решениями неоднородной системы и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.4	Последовательности. Предел последовательности	Способы задания последовательностей. Вычисление предела последовательности.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.5	Функции. Предел функции	Понятие функции. Нахождение области определения и области значения функций. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей. Неопределенности $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$. Первый и второй замечательные пределы.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.6	Непрерывность функции.	Исследование непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Нахождение точек разрыва функции, классификация точек разрыва.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.7	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Вычисление производной. Геометрический и экономический смысл производной. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Вычисление производной сложной функции. Прием логарифмического дифференцирования. Вычисление дифференциалов различных функций. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.8	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.	Исследование функций: нахождение асимптот графика функций, проверка необходимого условия экстремума, нахождение стационарных точек, проверка достаточных условий экстремума, нахождение интервалов выпуклости функции и точек перегиба. Построение графиков функций с помощью проведенного исследования.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

2.9	Неопределенный интеграл	Вычисление неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов берущиеся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
	Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)		
	1. Лекции		
1.1	Определенный интеграл	Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл, геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Приближенные методы интегрирования. Использование понятия определенного интеграла в экономике.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.2	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.3	Векторные пространства. Функции многих переменных	Понятие координатного пространства. Понятие метрического, линейного, нормированного, евклидова пространства. Примеры экономических пространств. Замкнутые открытые, компактные множества в метрических пространствах. Точечные множества в n -мерном пространстве. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции. Непрерывность сложной функции. Частные и полные приращения функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Дифференцируемость функций. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Дифференцируемость и непрерывность. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Метод множителей Лагранжа.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

		Понятие о методе наименьших квадратов. Примеры решения экономических задач.	
1.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена). Применение рядов в приближенных вычислениях.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.5	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математической статистики. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.6	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о σ -алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Примеры	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

		использования законов распределения для моделирования экономических процессов. Генерирование псевдослучайных чисел с заданным законом распределения в Excel. Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Понятие о теореме Ляпунова.	ru/course/view.php?id=10613
1.9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel. Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
1.10	Проверка статистических гипотез.	Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2. Практические занятия			
2.1	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Вычисление определенных интегралов с использованием формулы Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.2	Несобственные интегралы	Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования и несобственных интегралов от неограниченных функций.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.3	Функции многих переменных	Функции многих переменных. Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка функции многих переменных. Вычисление производной по направлению и градиента.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело

		Дифференцирование сложной функции. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Нахождение локального экстремума функции многих переменных. Нахождение условного экстремума функции многих переменных с использованием метода множителей Лагранжа	дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Нахождение суммы числовых рядов. Проверка необходимого признака сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Проверка достаточных признаков сходимости числовых рядов (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Нахождение интервалов и радиусов сходимости степенного ряда.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.5	Основные понятия теории вероятностей.	Действия над событиями. Решение задач с использованием комбинаторных схем. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.6	Основные теоремы теории вероятностей.	Решение задач с использованием теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса. Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наивероятнейшего числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение. Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

2.9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок для выборочного среднего и выборочной дисперсии	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613
2.10	Проверка статистических гипотез.	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера).	Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Линейная алгебра. Математический анализ (1 семестр)					
1	Введение. Элементы теории множеств	2	2	-	4	8
2	Основные понятия линейной алгебры. Векторы и матрицы	5	4	-	10	19
3	Системы линейных уравнений	4	4	-	10	18
4	Линейные и евклидовы пространства	1	-	-	4	5
5	Последовательности, предел последовательности	2	1	-	4	7
6.	Функции. Предел функции	4	8	-	6	18
7.	Непрерывность функции	2	1	-	6	9
8.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	5	5	-	10	20
9.	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	5	4	-	10	19
10.	Неопределенный интеграл	4	5	-	12	21
	Итого:	34	34	-	76	144
	Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)					
1.	Определенный интеграл	2	1	-	4	7
2.	Несобственные интегралы	1	1	-	4	6
3.	Числовые и функциональные ряды	8	12	-	4	24

4.	Векторные пространства. Функции многих переменных	2	2	-	4	8
5	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	4	4	-	2	10
6	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	4	4	-	4	12
7	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	4	4	-	4	12
8	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	4	4	-	2	10
9	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	4	2	-	4	10
10	Проверка статистических гипотез.	3	2	-	4	9
	Итого:	36	36	-	36	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации.

Это позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Практические занятия позволяют развивать у обучающихся творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических предметной области с целью выработки навыков их решения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

Самостоятельная работа обучающегося является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа обучающегося над усвоением учебного материала по учебной дисциплине может выполняться в библиотеке университета, учебных кабинетах, компьютерных классах, а также в домашних условиях. Содержание самостоятельной работы обучающегося определяется учебной программой дисциплины, методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684732 (дата обращения: 05.03.2025). – ISBN 978-5-238-00991-9.
2.	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. – 6-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2023. – 472 с. : табл., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=711028 (дата обращения: 05.03.2025). – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-05335-1.
3.	Сахарова, Л. В. Математика : учебник : / Л. В. Сахарова ; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). – Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2017. – 116 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=567421 – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7972-2361-0.
4.	Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие : / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547 – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8353-2359-3.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Наука, 2005. – 352 с.
2.	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика:[учебник для студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер – Москва: ЮНИТИ, 2010 – 550 с.- ISBN 978-5- 238-01270-4.
3.	Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман .— Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005 .— 478, [1] с. : ил., табл. — Предм. указ.: с.474-479 .— ISBN 5-06-004214-6.
4.	Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман .— Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005 .— 403, [1] с. : ил., табл. — ISBN 5-06-004212-X.
5.	Калинина В. Н. Математическая статистика : [Учебник для сред. спец. учеб. заведений] / В.Н. Калинина, В.Ф. Панкин .— 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 1998 .— 335, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003496-8 : 17.60.
6.	Краасс М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник для студ., обуч. по направлению "Экономика" и экон. специальностям / М. С. Краасс, Б.П. Чупрынов ; Акад.

	нар. хоз-ва при Правительстве Рос. Федерации .— М. : Дело, 2005 .— 574, [1] с. : ил., табл. — Библиогр.: с.568 .— Предм. указ.: с.569-575 .— ISBN 5-7749-0404-0.
7.	Шипачев В. С. . Курс высшей математики : учебник / В.С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Проспект : Велби, 2004 .— 560 с. : ил. — ISBN 5-98032-337-6 (в пер.).
8.	Шипачев В. С. Задачник по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / В.С. Шипачев .— 3-е изд., стер. — М. Высш. шк., 2003 .— 303, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003575-1.
9.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник – М.: Изд. «Дело», 2001. – 688с.
10.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Математика" [Электронный ресурс] : для студ. 1 курса экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом". Ч.1. Математический анализ / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: О.С. Воищев, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских, Я.А. Юрова] .— Электрон. текстовые дан..— Воронеж, 2015 .— 76 с.
11.	Основы математического анализа : учебное пособие / [В.В. Давнис и др.] ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. : ил., табл. — Авт. указаны на обороте тит. л. — Библиогр.: с. 203 .— ISBN 978-5-9273-2526-9.
12.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Математика" (Линейная алгебра и Теория вероятностей и математическая статистика) [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис. О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских]] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 . — 102 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1.	Зональная научная библиотека ВГУ https://www.lib.vsu.ru/
2.	https://edu.vsu.ru/ – образовательный портал «Электронный университет ВГУ»/LMC Moodle
3.	ЭБС Лань, http://e.lanbook.com/
4.	ЭБС Университетская библиотека online https://biblioclub.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Основы математического анализа : учебное пособие / [В.В. Давнис и др.] ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 203 с. : ил., табл. — Авт. указаны на обороте тит. л. — Библиогр.: с. 203 .— ISBN 978-5-9273-2526-9.
2.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Математика" [Электронный ресурс] : для студ. 1 курса экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом". Ч.1. Математический анализ / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: О.С. Воищев, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских, Я.А. Юрова] .— Электрон. текстовые дан..— Воронеж, 2015 .— 76 с.
3.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Математика" (Линейная алгебра и Теория вероятностей и математическая статистика) [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Воронеж. гос. ун-т ;[сост. : В.В. Давнис. О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских]] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 . — 102 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с элементами электронного обучения и дистанционных технологий в рамках электронного курса: ((ЭК) Математика для специальности 38.05.02 Таможенное дело размещенного на портале «Электронный университет ВГУ»

<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10613> включает учебные материалы для самостоятельной работы обучающихся, а также обеспечивает возможность проведения контактных часов/аудиторных занятий в режиме онлайн.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель столы, стулья, доска, ноутбук, проектор, экран для проектора настенный, WHDMI-приемник, г. Воронеж, ул. Хользунова, 42в

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ВГУ: Специализированная мебель, компьютер с возможностью подключения к сети "Интернет"

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенция	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Векторы и матрицы.	ОПК - 2	ОПК – 2.3	Контрольная работа № 1
2.	Системы линейных уравнений.			
3.	Предел функции	ОПК - 2	ОПК – 2.3	Контрольная работа № 2
4.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	ОПК – 2	ОПК – 2.3	Контрольная работа № 3
5.	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций			
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов к зачету Практическое задание
6.	Неопределенный интеграл	ОПК – 2	ОПК – 2.3	Контрольная работа № 4
7.	Определенный интеграл			
8.	Несобственные интегралы			
9.	Функции многих переменных	ОПК – 2	ОПК – 2.3	Контрольная работа № 5
10.	Основные теоремы теории вероятностей.	ОПК – 6	ОПК – 6.1	Контрольная работа № 6
11.	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.			
12.	Основные законы распределения.			
13.	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	ОПК – 6	ОПК – 6.1	Контрольная работа № 7
14.	Проверка статистических гипотез.			
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену Практическое задание

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольной работы №1 – 7.

Пример варианта контрольной работы № 1.

1. Вычислить выражение: $X = B \cdot C^T \cdot D - A^2$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = (-3 \ 2 \ 4), C = (3 \ 2 \ -5), D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель: $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & 13 \\ 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 10 \end{vmatrix}.$

1. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример варианта контрольной работы № 2.

Найти пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 3x^2 - 3x^3}{2x^3 + 4x^2 + 5x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{ctg} \pi x$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x} \sin x - \cos x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{x}$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{\sqrt{3n^4 + n^3}}$

Пример варианта контрольной работы № 3

1. Найти производную функции $y = 2^{\cos^3(4x)}$
2. Исследовать функцию и построить графики.

1) $y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$

2) $y = x + 2\sqrt{-x}$.

Пример варианта контрольной работы № 4

Найти интегралы

1) $\int \frac{x dx}{\sqrt{4 + x^2}}$

2) $\int x^2 e^{2x} dx$

3) $\int \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1} dx$

4) $\int \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x}$

5) $\int \frac{5x - 14}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx$

6) $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$

7) $\int_0^1 x \sqrt{4 - x^2} dx$

8) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2}$

Пример варианта контрольной работы № 5

1. Найти дифференциал функции $u = x^y + 2^{xy} + \cos^2(x^3 z)$.
2. Найти дифференциал второго порядка $u = x^3 y^2 + \sin x + 5 \cos y$.
3. Найти дифференциал первого порядка функции $f(x, y, z) = z - xy + \frac{y}{zx}$ в точке $M(1, 0, 1)$.
4. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ для функции $z = \sqrt{2xy + x^2}$, где $x = 2^{u^2} + \cos v$, $y = \operatorname{ctgu} + 2^v$.
5. Найти экстремум функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.
6. Найти экстремум функции $z = x + y$ при условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$.

Пример варианта контрольной работы № 6

1. Детали проходят три операции обработки. Вероятность появления брака во время первой операции равна 0,02, второй – 0,03, третьей – 0,02. Найти вероятность выхода стандартной детали, считая появление брака во время отдельных операций независимыми событиями.
2. Сборщик получил три коробки деталей, изготовленных заводом №1 и две коробки, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что стандартная деталь изготовлена заводом №1, равна 0,8, заводом №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наугад взятой коробки. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартна.
3. Чему равна вероятность p наступления события в каждом из 39 независимых испытаний, если наименее вероятное число наступлений события в этих испытаниях равно 25?
4. Каждый из двух стрелков делает по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,9. Составить закон распределения общего числа попаданий.

5. Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 2x}{c}, & \text{при } 1 < x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4 \end{cases}$. Требуется найти значение параметра c ; интегральную функцию распределения $F(x)$; математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

Пример варианта контрольной работы № 7

Задача 1. В аварийной службе ЖКХ крупного города по схеме бесповторной собственно-случайной выборки отобрано 60 дней прошедшего года. При этом получены следующие данные о количестве вызовов в день:

Число вызовов в день	менее 20	20-30	30-40	40-50	более 50	Всего
Количество дней	8	17	20	10	5	60

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключено среднее число вызовов в день; б) вероятность того, что доля дней в предыдущем году, в которых число вызовов было более 30, отличается от выборочной доли таких вызовов не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего числа вызовов в день можно гарантировать с вероятностью 0,9901.

Задача 2. По данным задачи 1, используя критерий χ^2 - Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X - число вызовов в день – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Описание технологии проведения

Контрольная работа № 1. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Контрольная работа № 2. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 60 минут.

Контрольная работа № 3. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Контрольная работа № 4. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Контрольная работа № 5. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Контрольная работа № 6. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Контрольная работа № 7. Обучающиеся выполняют выданные задания контрольной работы по вариантам в течение 80 минут.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Контрольная работа № 1. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из пяти предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две с половиной из пяти предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух с половиной задач или в целом все задачи решены неверно.

Контрольная работа № 2.. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

Контрольная работа № 3.. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно выполнены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка в задании 2.

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании исследованы и построены графики обеих функций, оно допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно выполнено первое задание, во втором задании верно исследован и построен график только одной функции,

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если не выполнено первое задание, или если нет верного исследования и не построены графики ни одной из предложенных функций.

Контрольная работа № 4. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задания, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены семь из предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены четыре из восьми предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше четырех задач или в целом все задачи решены неверно.

Контрольная работа № 5. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены пять из шести предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены три из шести предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше трех задач или в целом все задачи решены неверно.

Контрольная работа № 6. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены три из четырех предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две из четырех предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух задач или в целом все задачи решены неверно

Контрольная работа № 7. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если решены все предложенные задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решена одна из предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше одной задачи или в целом все задачи решены неверно.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- перечень вопросов к зачету, экзамену.
- результаты прохождения текущих аттестаций – выполнение контрольных работ;
- результаты выполнения самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Перечень вопросов к зачету, экзамену:

1 семестр

Перечень вопросов (линейная алгебра, математический анализ)

1. Множества. Операции над множествами.
2. Ограниченность множества. Точная верхняя и нижняя грани множества. Свойство точных граней.
3. Теорема о существовании точных граней.
4. Открытые, замкнутые множества. Компактность множества. Отображение.
5. Понятие n -мерного вектора, основные определения.
6. Операции над векторами, основные свойства операций.
7. Линейная зависимость системы векторов.
8. Лемма о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
9. Лемма о линейной зависимости диагональной системы векторов.
10. Базис и ранг системы векторов.
11. Матрицы. Основные понятия и определения.
12. Операции над матрицами. Свойства операций.
13. Определитель матрицы, свойства определителя.
14. Вычисления определителей 2-го, 3-го и высшего порядков.
15. Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании и нахождении обратной матрицы.
16. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью преобразований Гаусса.
17. СЛАУ. Матрично-векторная запись СЛАУ. Понятие решения СЛАУ. Классификация СЛАУ по наличию решений.
18. Критерий совместимости СЛАУ (теорема Кронекера-Капели).
19. Методы решения СЛАУ квадратного вида ($n \times n$)
20. Метод Крамера
21. Метод обратной матрицы
22. Метод Гаусса

23. Решение СЛАУ прямоугольного вида ($m \times n$). Общее решение, частное решение, базисное решение, опорное решение.
24. Однородная система уравнений. Теорема о существовании нетривиального решения (случай, когда система $p \times n$).
25. Необходимое и достаточное условие существования нетривиального решения системы $n \times m$.
26. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.
27. Общее решение системы уравнений в векторной форме.
28. Собственное значение и собственный вектор матрицы.
29. Свойства собственных векторов матрицы.
30. Ортогональная и ортонормированная системы векторов.
31. Ортогонализация системы векторов.
32. Собственные векторы симметрической матрицы. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
33. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
34. Ортогональные матрицы. Построение ортогональной матрицы.
35. Понятие квадратичной формы. Стандартный и канонический виды квадратичной формы.
36. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
37. Последовательности. Действия над ними.
38. Ограниченные и неограниченные последовательности.
39. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Связь между ними.
40. Свойства бесконечно малых последовательностей.
41. Сходящиеся последовательности.
42. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
43. Алгебраическая сумма, произведение, частное сходящихся последовательностей.
44. Предельный переход в неравенствах.
45. Теорема о трех последовательностях.
46. Монотонные последовательности.
47. Число e .
48. Теорема о вложенных промежутках.
49. Понятие функции. Способы задания.
50. Предел функции в точке. Правый, левый пределы функции (по Гейне и по Коши).
51. Предел функции на бесконечности (по Гейне и по Коши).
52. Теоремы о пределах функции.
53. Первый замечательный предел.
54. Второй замечательный предел.
55. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
56. Сравнение бесконечно малых функций.
57. Непрерывность функции.
58. Точки разрыва функции (первого рода, второго рода, устранимый разрыв).
59. Теорема об арифметических свойствах непрерывных функций.
60. Теорема о связи дифференцируемости функции и существованием производной.
61. Связь непрерывности и дифференцируемости.
62. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
63. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Связь между ними.
64. Свойства бесконечно малых функций.
65. Правила сравнения бесконечно малых и бесконечно больших функций.
66. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного двух функций.
67. Производные функций

$$y = x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad y = \cos x, \quad y = \sin x, \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1.$$

68. Теорема о производной обратной функции.

69. Производные функций $y = a^x, \quad a > 0, a \neq 1,$

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \operatorname{arctg} x, \quad y = \operatorname{arcctg} x.$$

70. Дифференцирование сложной функции.
71. Прием логарифмического дифференцирования. Производная функции $y = x^\alpha$, $\alpha \in R$.
72. Производные высших порядков.
73. Дифференциалы высших порядков.
74. Возрастание и убывание функции в точке.
75. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие.
76. Теорема Ролля.
77. Теорема Лагранжа.
78. Теорема Коши.
79. Условия монотонности функции на интервале.
80. Формула Тейлора.
81. Первое достаточное условие экстремума.
82. Второе достаточное условие экстремума.
83. Экстремум функции не дифференцируемой в данной точке.
84. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
85. Необходимое условие точки перегиба.
86. Достаточное условие точки перегиба.
87. Асимптоты графика функции. Понятие первообразной. Основные свойства (лемма, теорема).
88. Понятие неопределенного интеграла.
89. Метод замены переменной.
90. Метод интегрирования по частям.
91. Основные типы интегралов берущихся по частям.
92. Теорема о представлении рациональной функции в виде суммы элементарных дробей с неопределенными коэффициентами.
93. Метод неопределенных коэффициентов.
94. Основные типы интегралов от рациональных функций.
95. Интегрирование тригонометрических функций.
96. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

2 семестр

Перечень вопросов (математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика)

1. Понятие интегральной суммы. Геометрический смысл.
2. Понятие определенного интеграла.
3. Основные свойства определенного интеграла.
4. Интеграл с переменным верхним пределом.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменных в определенном интеграле.
7. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
8. Приближенное вычисление определенного интеграла.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
11. Определение числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
12. Свойства сходящихся числовых рядов.
13. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
14. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
15. Признак сравнения.
16. Признак Даламбера.
17. Интегральный признак Коши. Пример.
18. Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница.
19. Знакопеременные ряды, их сходимость. Абсолютная и условная сходимость.
20. Степенные ряды.
21. Теорема Абеля.
22. Теорема об интервале сходимости степенного ряда.

23. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда.
24. Метрические, линейные, нормированные, евклидовы пространства.
25. Понятие функции n переменных. Предел функции n переменных.
26. Непрерывность функции n переменных.
27. Непрерывность функции n переменных по одной из переменных.
28. Непрерывность сложной функции.
29. Частные производные функции n переменных.
30. Дифференцируемость функции n переменных.
31. Дифференциал функции n переменных.
32. Дифференцирование сложной функции.
33. Производная по направлению. Градиент.
34. Частные производные высших порядков функции n переменных.
35. Дифференциал второго порядка функции n переменных.
36. Квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
37. Локальный экстремум функции n переменных. Необходимое условие локального экстремума.
38. Достаточные условия локального экстремума функции n переменных.
39. Неявные функции. Производная неявной функции.
40. Условный экстремум.
41. Метод множителей Лагранжа.
42. Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
43. Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
44. Классическое определение вероятности.
45. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
46. Статистическая вероятность.
47. Геометрическая вероятность.
48. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
49. Пространство элементарных исходов. Событие и его вероятность.
50. Понятие об алгебре множеств и σ -алгебре. Аксиомы Колмогорова.
51. Понятие вероятностного пространства.
52. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
53. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
54. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
55. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
56. Вероятность появления хотя бы одного события.
57. Формула полной вероятности.
58. Формула Байеса.
59. Независимые испытания Бернулли. Теорема Бернулли.
60. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
61. Формула Пуассона.
62. Приближенные формулы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа). Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
63. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
64. Ряд распределения дискретной случайной величины.
65. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
66. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
67. Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
68. Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
69. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
70. Квантили. Понятие процентной точки.
71. Начальные и центральные моменты случайных величин, связь между ними.
72. Биномиальный закон распределения.
73. Геометрическое распределение.
74. Гипергеометрическое распределение.
75. Закон Пуассона.
76. Равномерный закон.

77. Показательное распределение.
78. Нормальный закон.
79. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило «трех сигм».
80. Понятие закона больших чисел.
81. Неравенство Чебышева.
82. Теорема Чебышева.
83. Обобщенная теорема Чебышева.
84. Центральная предельная теорема.
85. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
86. Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
87. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
88. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
89. Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
90. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
91. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
92. Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
93. Критерии проверки статистических гипотез.
94. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
95. Проверка гипотез о законах распределения.
96. Критерий согласия.
97. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

Перечень практических заданий

- 1) Определите следующие множества:
 - а) пересечение четных и нечетных чисел;
 - б) пересечение множеств целых и четных чисел;
 - в) объединение множеств четных и нечетных чисел;
 - г) разность множеств целых и четных чисел.
- 2) Даны три множества: $A = [-2; 8]$; $B = (-4; 11)$; $C = [0; 9)$.
 Найдите следующие множества: $A \cap B \cap C$; $(A \cup B) \cap C'$; $A \cup B \cup C$; $(A' \cap B) \cup C$.
- 3) Проверить графически справедливость равенства:
 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- 4) Проверить графически справедливость следующих равенств:
 1. $A \cup B = B \cup A$;
 2. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$;
 3. $A \cap B = B \cap A$;
 4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
 5. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
 6. $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$;
 7. $(A \cup B)' = A' \cap B'$;
 8. $(A \cap B)' = A' \cup B'$;
 9. $(A \cap B) \setminus B = A \setminus B$;
 10. $A \cap (B \cup C) = A \setminus (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
 11. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$;
 12. $A \cap B \cap C = A \setminus (A \setminus (B \cap C))$;
 13. $(A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$;

14. $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$;
15. $(A \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$;
16. $(B \setminus C) \cup (B \setminus A) = A \setminus C$;
17. $A \setminus C = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$;
18. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C) = (A \cap C) \setminus B$;
19. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$;
20. $(A \cap B')' \cup B = A' \cup B$;
21. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
22. $((A \cap D) \cup (B \cup D'))' = (A' \cap D) \cup (B' \cup D)$;
23. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus C) \cup (A \cup B)$;
24. $(A \setminus B) \cup C = ((A \cup C) \setminus B) \cup (B \cap C)$;
25. $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D) = (A \setminus (B \cup C)) \cup ((A \cap D) \setminus B)$.

1. Вычислить выражение $X = ((A - B) * C)^T * D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = (3 \quad 5 \quad 1)$$

2. Вычислите выражение $X = (AB - 3C^T)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = (7 \quad 2 \quad 4) \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите выражение $X = (ABC + 2D)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \quad 5 \quad 1) \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите выражение $X = (AB)^T + (CD)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad D = (2 \quad -1 \quad 3)$$

5. Вычислите выражение $X = AB - BC + 5C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ? \quad 2. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$$

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad \det A = ? \quad 4. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \det A = ?$$

2. Найдите обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 4 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$5. \text{ Решить матричное уравнение: а) } X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix};$$

$$б) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Найдите общее и базисное решения системы уравнений:

$$а) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}.$$

7. Исследовать однородную систему на наличие у нее нетривиального решения:

$$а) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

8. Решить методом обратной матрицы систему уравнений, предварительно вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$а) \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - x_3 = -8 \\ 6x_1 + 8x_2 + 6x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + x_3 = -2 \end{cases};$$

$$в) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

9. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\begin{array}{ll} а) \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \end{cases} ; & б) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases} ; \\ в) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} ; & г) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases} \end{array}$$

1. Свойства пределов. Раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$.

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4}.$$

5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x - \cos 2x).$	6. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{2} x^3 - x + 2 \right).$
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3 + \sqrt[4]{2x^3}}.$	8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}.$	10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}.$
11. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}.$	12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}.$

$$13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1-tgx}-\sqrt{1+tgx}}{\sin 2x}.$$

Неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{3x^2-4x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x^2+4x+1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2}{1-x^2} + 2^{\frac{1}{x}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+3}{2x^2+3x+4}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-7x}{1-2x^3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{2x^2+3x+4}.$$

Предел отношения $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{tgx}{x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x \sin x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$$

4. Неопределенности вида $\infty - \infty$ и $0 \cdot \infty$

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x}-x).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x+1}-\sqrt{x^2-3x-4})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x}).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 9}).$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1}).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} x.$$

Второй замечательный предел

Найти пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n} \right)^n.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{4}{n} \right)^{n+3}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{(1-x)/x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n} \right)^{\frac{n}{2}}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+4}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+3) - \ln n).$$

11. Используя определение предела функции доказать, что:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) = 1;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5) = 11;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

12. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$. Найти такое δ , чтобы для $|x - 2| < \delta$ выполнялось

$$|f(x) - 3| = |(2x - 1) - 3| < 0,01.$$

13. Сформулировать на “языке $\varepsilon - \delta$ ” и на “языке последовательностей” определения:

1) бесконечно большой функции; 2) бесконечно малой функции:

а) при $x \rightarrow +\infty$; б) при $x \rightarrow -\infty$; в) при $x \rightarrow \infty$; г) при $x \rightarrow a^+$; д) $x \rightarrow a^-$.

14. Сравнить бесконечно малые в точке $x = 0$ функции:

1) $\alpha(x) = \sin x$ и $\beta(x) = x$;

2) $\alpha(x) = \sin x$ и $\beta(x) = \sin x$;

3) $\alpha(x) = 1 - \cos x$ и $\beta(x) = x$.

15. Используя сравнение бесконечно малых функций найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x + x^3}$.

16. Сравнить бесконечно большие функции:

1) $\alpha(x) = \frac{1+x}{x}$ и $\beta(x) = \frac{1}{x}$ в точке $x = 0$;

2) $\alpha(x) = x^2 + x$ и $\beta(x) = 3x - 2$ при $x \rightarrow \infty$;

3) $\alpha(x) = 3x^2 + 1$ и $\beta(x) = x^2 - 5$ при $x \rightarrow \infty$;

Понятие производной

1. Найти $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, если:

а) $y = ax^2 + bx$; б) $y = ax^2$; в) $y = x + \frac{1}{x}$.

2. Используя определение производной, найдите производные функций в точке $x = x_0$:

1. $f(x) = 3x + 2$;

2. $f(x) = 5x^2$;

3. $f(x) = -3x^2 - 5x$;

4. $f(x) = 2x^3$;

5. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

6. $f(x) = \frac{2}{x}$;

Вычисление производных

Найти по формулам производные от функций.

1. $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$.

2. $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$.

3. $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[4]{x}$.

4. $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$.

5. $y = 4x^5 - 3\sin x + 5\operatorname{ctgx}$.

6. $y = 3\sqrt{x} + 4\cos x - 2\operatorname{tg}x + 3$.

7. $y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x$.

8. $y = x^2 \cos x$.

9. $y = x^2 \operatorname{ctgx}$.

10. $y = \frac{\cos x}{x^2}$.

11. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

12. $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$; вычислить $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(-1)$.

13. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$; вычислить $f'(2) - f'(-2)$.

Производная сложной функции

Найти производные от функций:

1. $y = \frac{1}{(1-x^2)^5}$.

2. $y = \sqrt{\cos 4x}$.

3. $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$.

4. $y = (\sin x)^4$.

5. $y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}$.

6. $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$.

7. $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} + \operatorname{tg} 2x$.

8. $y = \operatorname{tg} \sin \cos x$.

Производные логарифмических и показательных функций

Найти производные от функций:

1. $y = \ln(x^2 + 2x)$.

2. $y = \ln \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x$.

3. $y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$.

4. $y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}$.

5. $y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x})$.

6. $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

7. $y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1})$.

8. $y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x} + 1}}$.

9. $y = \ln(\operatorname{ctg} x + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x})$.

10. $y = 5^{\sqrt[3]{\cos x} \cdot \operatorname{tg}^2 3x}$.

11. $y = \sqrt[5]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}$.

12. $y = \ln(x \cdot \sin x \sqrt{1-x^2})$.

Производные обратных тригонометрических функций

Найти производные от функций:

1. $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$.

2. $y = x - \operatorname{arctg} x$.

3. $y = \arcsin \sqrt{1-4x}$.

4. $y = \arccos(1-2x)$.

5. $y = \operatorname{arcctg} \frac{1+x}{1-x}$.

6. $y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$.

7. $y = \arcsin(e^{3x})$.

8. $y = \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

9. $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)$. 10. $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x}$; найти $f'(5)$.

$$11. y = \ln \sin tg e^{-\frac{x}{2}}.$$

$$12. y = \ln \cos \frac{x-1}{x}.$$

$$13. y = x \sin \left(\ln x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$14. y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$15. y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$16. y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln tg x.$$

Производные высших порядков

1. Найти производные второго порядка от функций:

$$1) y = \sin^2 x; \quad 2) y = tg x; \quad 3) y = \sqrt{1+x^2};$$

$$4) y = e^{-x^2}; \quad 5) y = ctg x; \quad 6) y = \arcsin \frac{x}{2};$$

2. Найти производные третьего порядка от функций:

$$1) y = \cos^2 x; \quad 2) y = \frac{1}{x^2}; \quad 3) y = x^2 \cdot \sin x;$$

$$4) y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}; \quad 5) y = x \cdot e^{-x}; \quad 6) y = e^x \cdot \cos x;$$

3. Найти производные n -го порядка от функций:

$$1) y = e^{-\frac{x}{a}}; \quad 2) y = \ln x; \quad 3) y = \sqrt{x};$$

$$4) y = x^n; \quad 5) y = \sin x; \quad 6) y = \cos^2 x;$$

$$7) y = 2^{3x}; \quad 8) y = \frac{1}{1+2x}; \quad 9) y = \sin^2 x;$$

Дифференциал функции

Найти дифференциалы функций:

$$1. y = x^3 - 3x^2 + 3x; \quad 2. y = \sqrt{1+x^2};$$

$$3. y = \sin^3 2x; \quad 4. y = \ln(\sin \sqrt{x});$$

$$5. y = e^{-\frac{1}{\cos x}}; \quad 6. y = 2^{-x^2};$$

$$7. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2+1}; \quad 8. y = x^2 \cdot \sin \sqrt{x};$$

Исследовать функции и построить графики функций:

$$1. y = \frac{x^3}{3} + x^2; \quad 2. y = x^3 + 6x^2 + 9x;$$

$$3. y = \frac{x^2}{x^2-1}; \quad 4. y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x};$$

$$5. y = \frac{2x^3}{x^2-4}; \quad 6. y = (x+1)(x-2)^2;$$

$$7. y = \frac{x^4}{(1+x)^3};$$

$$8. y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2};$$

Найти интегралы:

$$1. \int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx.$$

$$3. \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx.$$

$$4. \int \frac{10x^8 + 3}{x^4} dx.$$

$$5. \int \operatorname{ctg}^2 x dx.$$

$$6. \int \frac{3 - 2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$7. \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx.$$

$$8. \int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}.$$

$$9. \int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$10. \int \frac{x^4}{1+x^2} dx.$$

$$11. \int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$$

$$12. \int \cos^2 \frac{x}{2} dx.$$

$$13. \int \left(\frac{1}{x^2 - 25} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}} \right) dx.$$

$$14. \int \frac{(\sqrt{x} - 1)^3}{x} dx.$$

$$15. \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

$$16. \int \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx.$$

$$17. \int (2^x + e^x) dx.$$

$$18. \int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx.$$

$$19. \int e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$20. \int a^x \left(1 + \frac{a^{-x}}{x^3} \right) dx.$$

$$21. \int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx.$$

$$22. \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx.$$

$$23. \int \frac{x-2}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$24. \int \frac{(2\sqrt{x} + 1)^2}{x^2} dx.$$

$$25. \int \frac{3\operatorname{tg}^2 x + 4}{\sin^2 x} dx.$$

$$26. \int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$$

$$27. \int \cos 3x dx.$$

$$28. \int \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$29. \int e^{-3x} dx.$$

$$30. \int \frac{dx}{\cos^2 5x}.$$

$$31. \int \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}} \right) dx.$$

$$32. \int \sqrt{4x-1} dx.$$

$$33. \int (3-2x)^4 dx.$$

$$35. \int \frac{2x-5}{x^2-5x+7} dx.$$

$$37. \int \frac{dx}{1-10x}.$$

$$39. \int \operatorname{ctg} x dx.$$

$$41. \int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx.$$

$$43. \int \frac{dx}{\sqrt{25-4x^2}}.$$

$$45. \int \frac{dx}{x^2-6x+13}.$$

$$47. \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}.$$

$$49. \int x \ln(x-1) dx.$$

$$51. \int \ln(x^2+1) dx.$$

$$53. \int x e^{2x} dx.$$

$$55. \int e^x \sin x dx.$$

$$57. \int (1+2 \cos x)^3 dx.$$

$$59. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$$

$$61. \int \frac{dx}{\cos x}.$$

$$63. \int \frac{dx}{\cos^3 x}.$$

$$65. \int \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} dx.$$

$$67. \int (1-\sin 2x)^2 dx.$$

$$69. \int \cos^4 x dx.$$

$$71. \int \frac{dx}{3+\cos x}.$$

$$73. \int \frac{2x+7}{x^2+x-2} dx.$$

$$34. \int \sqrt[3]{5-6x} dx.$$

$$36. \int \frac{x}{x^2+1} dx.$$

$$38. \int \frac{e^{2x}}{1-3e^{2x}} dx.$$

$$40. \int \operatorname{tg} x dx.$$

$$42. \int \frac{\sin x}{1+3 \cos x} dx.$$

$$44. \int \frac{dx}{x^2+4x+5}.$$

$$46. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}.$$

$$48. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}.$$

$$50. \int (\ln x)^2 dx.$$

$$52. \int \sqrt{x} \ln x dx.$$

$$54. \int x^2 e^{\frac{-x}{2}} dx.$$

$$56. \int \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

$$58. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$60. \int \frac{dx}{\sin x}.$$

$$62. \int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx.$$

$$64. \int \sin^3 x \cos^2 x dx.$$

$$66. \int \sin^2 3x dx.$$

$$68. \int (1+2 \cos x)^2 dx.$$

$$70. \int \sin^2 x \cos^2 x dx.$$

$$72. \int \frac{dx}{1+3 \sin^2 x}.$$

$$74. \int \frac{5x+2}{x^2+2x+10} dx.$$

$$75. \int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x + 4}{1 + x^3} dx.$$

$$77. \int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx.$$

$$79. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}.$$

$$81. \int x\sqrt{5-x} dx.$$

$$83. \int \frac{dx}{x\sqrt{4x-x^2}}.$$

$$85. \int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx.$$

$$87. \int \sqrt{16-x^2} dx.$$

$$89. \int \sqrt{4x+x^2} dx.$$

$$91. \int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx.$$

$$76. \int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

$$78. \int \frac{-2x^4 + 4x^2 - 1}{1 - x^2} dx$$

$$80. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}.$$

$$82. \int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx.$$

$$84. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}.$$

$$86. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}.$$

$$88. \int \sqrt{3+2x-x^2} dx.$$

$$90. \int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx.$$

$$92. \int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx.$$

Вычислить определенные интегралы:

$$1. \int_0^2 (3x^2 - 1) dx.$$

$$3. \int_0^1 \sqrt{1-x} dx.$$

$$5. \int_3^5 x\sqrt{x^2-9} dx.$$

$$7. \int_0^{\pi/4} \sin 4x dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)}.$$

$$2. \int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx.$$

$$4. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(8+3x)^3}.$$

$$6. \int_1^2 (x^2 - 2x + 2) dx.$$

$$8. \int_0^{2\pi} \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$10. \int_1^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$$

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^5}.$$

$$2. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$$

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}.$$

$$5. \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + 1} dx.$$

$$7. \int_{-\infty}^0 x e^x dx.$$

$$9. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

$$4. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2 + 1} dx.$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

$$8. \int_0^{+\infty} x \sin x dx.$$

$$10. \int_0^2 \frac{dx}{(x - 1)^3}.$$

Найти частные производные от функций:

$$1. z = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

$$3. z = \frac{y}{x}.$$

$$5. z = \frac{xy}{x - y}.$$

$$7. z = \sin(x + y).$$

$$2. z = \ln(x^2 + y^2).$$

$$4. z = \arctg \frac{y}{x}.$$

$$6. z = \ln \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \right).$$

$$8. z = x^2 y.$$

Найти полные дифференциалы функций:

$$1. z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$$

$$3. u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$5. z = xy.$$

$$2. s = x \cdot \ln t.$$

$$4. z = x^2 y.$$

$$6. z = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

- Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?
- На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
- На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
- Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
- На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
- На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
- Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.
- Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
- Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?

10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.
14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупку; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.
19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.
21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.
27. Отдел контроля поверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.
28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число ε , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила ε .

29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.
30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.
34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

x_i	1	4	6	8
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины X и построить ее график.

35. Случайная величина X задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0; 2).

Описание технологии проведения

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Обучающемуся выдается КИМ, содержащий теоретические вопросы и практические задания. Обучающийся излагает письменно свой ответ на бланках документов для проведения аттестации. Обучающиеся выполняют выданные задания КИМа в течение 45 минут на зачете, в течение 90 минут на экзамене.

Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (зачет, 1 семестр)

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой ИТ и ММЭ

Направление подготовки / специальность 38.05.02 таможенное дело

Дисциплина Математика

Курс 1

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля зачет

Контрольно-измерительный материал №

Теоретическая часть

1. Дать определение алгебраического дополнения.
2. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

Задачи

1. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Ответ обосновать решением.

2. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$, то матрица $C = 5A^T - 2B$ имеет вид....

3. Найти предел а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 9x + 14}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \cdot x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

4. Найти производную функции $y = \cos(5^{3x^4-7} + \ln(12x^3))$.

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации (экзамен,
2 семестр)**

УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой ИТ и ММЭ

Направление подготовки / специальность 38.05.02 таможенное дело

Дисциплина Математика

Курс 1

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

Контрольно-измерительный материал №1

Теоретическая часть

1. Система уравнений называется совместной, если она:
1) имеет хотя бы одно решение; 2) не имеет решений; 3) содержит, по крайней мере, два одинаковых уравнения.
2. **Какая квадратная матрица называется симметричной?**
3. **Результатом умножения вектора $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ на вектор $a = (1 \ 2 \ 3)$ является...Ответ обосновать.**
4. **Схематично изобразить график функции для которого выполнены условия $y' < 0$, $y'' > 0$. Ответ обосновать.**
5. Пусть $F(x)$ - первообразная функции $f(x) = 5x^2 - 3x$, удовлетворяющая условию $F(1) = 2$. Найти $F(5)$. **Ответ обосновать.**
6. Непрерывность функции n переменных по одной из переменных.
7. Локальная формула Муавра-Лапласа используется в случае, когда
 - 1) n велико, $np > 10$;
 - 2) n велико, $np < 10$;
 - 3) n любое, $np > 10$;
 - 4) недостаточно данных для точного ответа.
8. **Испытанием называется...**
9. Пусть событие A может наступить только с одним из полной группы событий $H_1, H_2, \dots, H_n$. Тогда вероятность наступления события A равна:

$$\begin{aligned} 1) P(A) &= \sum_{i=1}^n P(H_i)P_A(H_i); & 2) P(A) &= \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A), \\ 3) P(A) &= P(H_i)P_{H_i}(A), & 4) P(A) &= \frac{P(H_2)P_A(H_2)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_A(H_i)}. \end{aligned}$$

Задачи

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$. **Ответ обосновать решением.**

2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^3 . **Ответ обосновать решением.**

3. Если $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, то матрица $C = 4B - 5A$ имеет вид:

$$\begin{aligned} 1) \begin{pmatrix} -33 & 9 \\ 7 & -30 \end{pmatrix} & \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} & \quad 3) \begin{pmatrix} 22 & -9 \\ -11 & 33 \end{pmatrix} & \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Ответ обосновать.

4. Вычислить интеграл: а) $\int \left(4 - \frac{5}{x^5}\right) dx$; б) $\int \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$; в) $\int x^2 \cos x dx$.

Ответ обосновать.

5. Найти экстремум функции: $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$. **Ответ обосновать.**

6. Из партии, в которой 31 деталь без дефектов и 6 с дефектами, берут наудачу 3 детали. Чему равна вероятность того, что все 3 детали без дефектов?

1) 1/12

2) 5/36

3) 230/2697

4) 899/1554

Ответ обосновать.

7. Банк L своевременно выплачивает проценты по вкладу с вероятностью 0,9, банк М – с вероятностью 0,6, а банк N – с вероятностью 0,8. Вкладчик в каждом из вышеназванных банков сделал по вкладу. Найти вероятность своевременной выплаты процентов по вкладу хотя бы одним банком. **Ответ обосновать решение.**

8. Фирмой послана автомашина за различными материалами на три базы. Вероятности наличия нужного материала на первой базе равна 0,9; на второй – 0,8; на третьей – 0,7. Вероятность того, что только на одной базе не окажется нужного материала равна:

1) 0,398

2) 0,504

3) 0,054

4) 0,014

6) 0,994

Ответ обосновать.

Требования к ответу на экзамене, описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерий оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом линейной алгебры математического анализа и теории вероятностей и математической статистики, способен применять теоретические знания для решения практических задач; умеет решать типовые задачи линейной алгебры, математического анализа и теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом линейной алгебры, математического анализа и теории вероятностей и математической статистики, при применении теоретических знаний для решения практических задач допускает незначительные ошибки; при решении типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики допускает незначительные вычислительные ошибки; умеет проводить анализ типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Обучающийся частично владеет теоретическими основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, не умеет применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при решении типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>

математической статистики; способен фрагментарно проводить анализ типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет фрагментарно использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет частично математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.		
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания теоретических основ линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, допускает грубые ошибки при решении типовых задач линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, не умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач.	-	Неудовлетворительно

Зачтено в случае сформированности компетенций повышенного, базового или порогового уровней.

Зачтено в 1 семестре обучающийся получает по результатам работы в семестре, если по результатам текущих аттестаций (контрольные работы) получено «отлично», «хорошо», выполнены самостоятельные задания и задания по лекциям в объеме не менее 85% от предложенных. Если приведенные выше условия не выполнены, то используется приведенная выше шкала, где оценка определяется по результатам R использования ФОС из следующих условий $R=R3+RC$, $R3$ – экзаменационный балл (max 80), RC - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R > 85$ (повышенный уровень): «отлично» зачтено
- $70 \leq R \leq 85$ (базовый уровень): «хорошо» зачтено
- $51 \leq R < 70$ (пороговый уровень): «удовлетворительно» зачтено
- $R < 51$ (низкий уровень): «неудовлетворительно» незачтено.

Для оценивания уровня сформированности компетенции на экзамене используется приведенная выше шкала, где оценки определяются по результатам R использования ФОС из следующих условий. $R = R3 + RC$, $R3$ – экзаменационный балл (max 80), RC - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R > 85$ (повышенный уровень): «отлично»
- $70 \leq R \leq 85$ (базовый уровень): «хорошо»;
- $51 \leq R < 70$ (пороговый уровень): «удовлетворительно»
- $R < 51$ (низкий уровень): «неудовлетворительно».

Промежуточная аттестация с применением ДОТ

1. Промежуточная аттестация с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

2. Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена.

3. Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

4. Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС ВГУ.